3. EGYSZERŰ MÉRÉSEK ÉS KITŰZÉSEK

3.1. Helyszíni mérések

Az elemek helyszíni méretre szabásához, valamint az épületszerkezetek kialakításához elengedhetetlen, hogy a tervek alapján el tudjuk végezni a pontos méréseket és jelöléseket.

Ráhangoló feladat

Soroljunk fel minél több az építési helyszínen előforduló mérési feladatot!

3.1.1. Hosszmérés

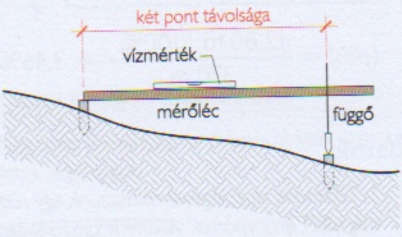
Közvetlen mérésre leggyakrabban **mérőszalagot vagy mérővesszőt** használunk: a szalag kezdő (0) osztását az egyik pontra illesztjük, majd a mérőszalagot megfeszítve és a másik ponthoz illesztve leolvassuk a beosztást *(3.1. ábra)*.

3.1. ábra. Hosszmérés mérőszalaggal

A leolvasott értéket mindig jegyezzük fel! Célszerű a mérést még egyszer elvégezni, a kapott érték ellenőrzése végett. Előfordulhat, hogy figyelmetlenségből adódóan hibás a leolvasás. Ha a két mérés eredménye eltérő, úgy célszerű harmadik mérést is végezni, és az egymáshoz közelebb lévő két eredményt kiátlagolni.

Lejtős terepen gyakran vízszintes távolságot kell mérni két pont között. Ezt a terep felett vízszintesen tartott **mérőlécekkel** vagy lécekre helyezett mérőszalaggal végezzük *(3.2. ábra)*. A mérést mindig a magasabban fekvő ponttól kezdjük, az alacsonyabban fekvő pont irányába. A léc vízszintességét ráhelyezett vízmértékkel ellenőrizzük. A végpontokat függő segítségével vetítjük fel.

Az alaprajzokon és felülnézeti rajzokon feltüntetett méretek mindig vízszintesen értendők.
Ha lejtős terep felületén vagy egyéb ferde felületen végzünk két pont között hosszmérést, a kapott távolság egy ferde távolság lesz, ami nem felel meg a rajzon feltüntetett méretnek. Ahhoz, hogy az ilyen eltérésekből adódó hibákat elkerüljük, mindig ***vízszintes távolságmérést*** *kell végeznünk!*



3.2. ábra. Hosszmérés lejtős terepen

3.1.2. A magasságmérés egyszerű módszere

A magasságmérés legegyszerűbb módszere a függőleges értelemben végzett **hosszmérés** (pl. falfelületen, pilléren stb.). Ebben az esetben arra kell ügyelnünk, hogy a mérőszalagot vagy mérővesszőt pontosan függőlegesen tartsuk.

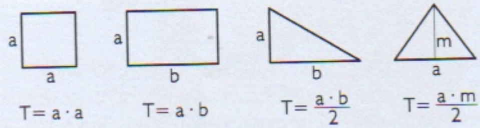
3.1.4. Kerület- és területmérések

Az építési feladatok között előfordul, hogy kerületet és terület is mérni kell. Ezek a mennyiségek elsősorban az anyagbeszerzésekhez, az elvégzett munka ellenértékének meghatározásához szükségesek. **A kerület (*K*) az alakzatot határoló szakaszok, ívek hosszának összege.** Ha az alakzat minden oldalának a mérete ismert, illetve egyszerű hosszméréssel megadható, akkor összeadások sorozatával egyszerűen megkapjuk a kerületet *(lásd 4. példa)*.

Egyszerű alakzatok (négyszög, téglalap, háromszög) területétnek meghatározását a korábbi matematikai tanulmányaink során már elsajátítottuk *(3.4. ábra)*.

Összetett alakzatok területének meghatározásánál kétféle megoldást is alkalmazhatunk:

- Egy nagy egyszerű alakzattá **egészítjük ki** az eredeti alakzatot, majd ennek összterületéből vonjuk ki a kiegészítések területeit.
- A meglévő alakzatot több kisebb egyszerű alakzatra **bontjuk,** és ezek területeit adjuk össze.

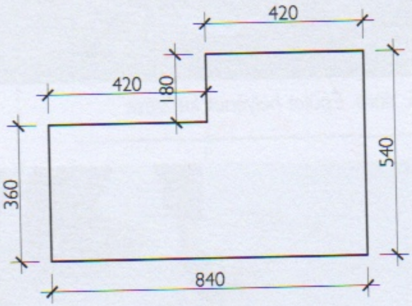


3.4. ábra. Egyszerű síkidomok területei

4. példa. *Számoljuk az alábbi rajzon látható síkidom kerületét!*

A kerületet úgy kapjuk meg, hogy sorban összeadjuk az oldalak hosszméreteit:

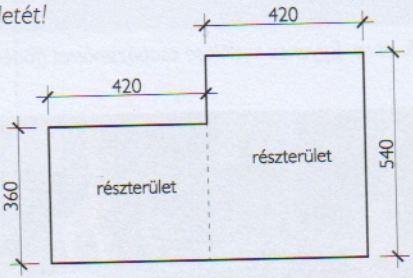
$$K = 8{,}40+3{,}60+4{,}20+1{,}80+4{,}20+5{,}40$$
$$K = 27{,}60 \text{ m}.$$



5. példa. *Számoljuk ki a* 4. példában *megadott alakzat területét!*

Az alakzat két kisebb téglalapra bontható. Ennek a két részterületnek az összege adja a teljes területet:

$$T = 4{,}20 \quad 5{,}40 + 4{,}20 \cdot 3{,}60 = 37{,}80 \text{ m}^2.$$

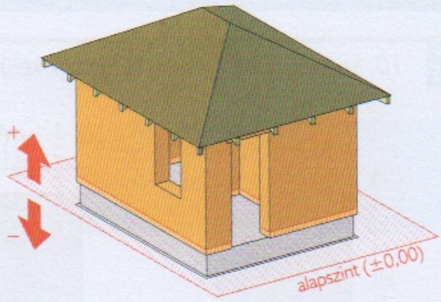


3.2.4. Magassági kitűzés

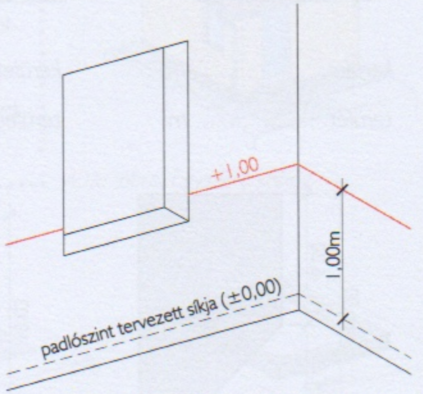
Magassági kitűzéskor egy ismert magasságú ponthoz vagy szinthez viszonyítva jelöljük ki a tervben megadott pontok és síkok magasságát.

Az **alapszint** a terveken ±0,00 m-rel jelölt szint. Az építészeti terveken rendszerint **a földszinti padlósík szintjét** tekintik alapszintnek *(3.13. ábra)*. A magassági méreteket is feltüntető tervrajzokon (pl. metszetek, homlokzati nézetek) a magassági méreteket **szintkótákkal** jelölik. A földszinti padlószint alatti szerkezetekhez tartozó méretek negatív előjelűek *(3.13. ábra)*.

Az alapszinthez igazodva jelöljük ki a különböző szerkezetek szintjeit, pontjait. **Az épület minden szintjén fel kell jelölni a falfelületekre az adott szint tervezett padlósíkjától mért +1,00 m szintmagasságot** *(3.14. ábra)*. Az épületen belüli építési, szerelési munkához kapcsolódó kitűzési feladatok során ez biztosítja az egységes viszonyítási síkokat. Vagyis egyszerű magassági kitűzéskor ettől a szinttől (vonaltól) felfelé vagy lefelé végzett magasságméréssel (függőleges hosszméréssel) tűzzük ki a pontokat.



3.13. ábra. Alapszint értelmezése

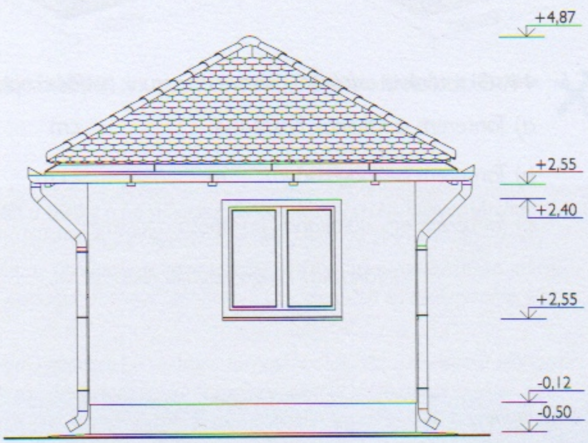


3.14. ábra. Falfelületen feljelölt +1,00 m magassági szint

Feladatok

8. Soroljunk fel olyan jellemző épületszerkezeteket, amelyek az alapszint alatt helyezkednek el, így a pontjaik szintmagassága negatív előjellel szerepel a terveken!

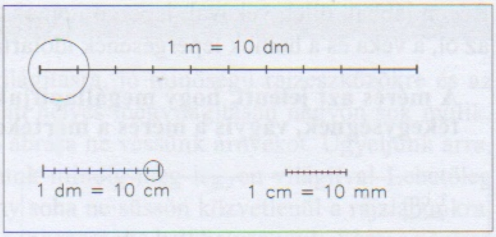
9. A mellékelt ábrán egy egyszerű kisház homlokzati nézetrajza látható. Értelmezzük a tervrészletet! Határozzuk meg, milyen magasan van a tető gerincvonala a járda szintjéhez képest!



Az építőipari gyakorlatban szinte minden esetben ugyanazokat a mértékegységeket használják. A váltószámok a következők:

A **hosszúság** mértékegységei *(1.1. ábra)*:

$$1\ \text{mm} \overset{10}{<} 1\ \text{cm} \overset{10}{<} 1\ \text{dm} \overset{10}{<} 1\ \text{m} \overset{1000}{<} 1\ \text{km}.$$



1.1. ábra. A hosszúság mértékegységei

A **terület** mértékegységei *(1.2. ábra)*:

$$1\ \text{mm}^2 \overset{100}{<} 1\ \text{cm}^2 \overset{100}{<} 1\ \text{dm}^2 \overset{100}{<} 1\ \text{m}^2 \overset{10000}{<} 1\ \text{ha} \overset{100}{<} 1\ \text{km}^2.$$

A **térfogat** mértékegységei:

$$1\ \text{mm}^3 \overset{1000}{<} 1\ \text{cm}^3 \overset{1000}{<} 1\ \text{dm}^3 \overset{1000}{<} 1\ \text{m}^3$$

A **tömeg** mértékegységei:

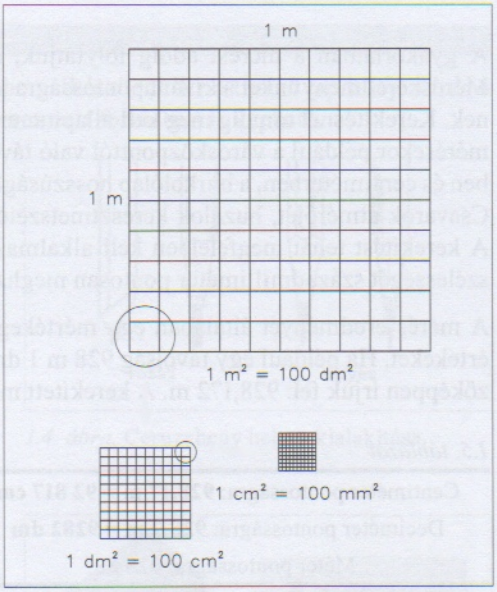
$$1\ \text{g} \overset{10}{<} 1\ \text{dkg} \overset{100}{<} 1\ \text{kg} \overset{1000}{<} 1\ \text{t}.$$

Az **űrtartalom** mértékegységei:

$$1\ \text{ml} \overset{10}{<} 1\ \text{cl} \overset{10}{<} 1\ \text{dl} \overset{10}{<} 1\ \text{l} \overset{100}{<} 1\ \text{hl}.$$

Az **időmérés** mértékegységei:

$$1\ \text{s} \overset{60}{<} 1\ \text{min} \overset{60}{<} 1\ \text{h} \overset{24}{<} 1\ \text{nap}.$$



1.2. ábra. A terület mértékegységei

HF 1. *Határozza meg méterben a következő távolságokat!*

38 dm + 2320 cm – 720 mm = ………. m,

15,01 m + 0,025 km + 258 dm = ………. m,

684 cm + 1650 mm + 45,8 dm = ………. m.

HF 2. *Határozza meg köbdeciméterben a következő térfogatok nagyságát!*

27,5 m^3; 458 cm^3; 0,09 m^3; 18 750 mm^3; 0,625 m^3; 584 cm^3; 625,85 liter; 12 540 cm^3

HF 3. *Határozza meg négyzetméterben a következő felületek nagyságait!*

17,5 dm^2 + 3,5 m^2 + 9800 cm^2 = ……….. m^2,

1,05 km^2 – 5240 dm^2 + 12 000 mm^2 = ……….. m^2,

62,5 dm^2 + 1200 cm^2 – 2560 mm^2 = ……….. m^2.

HF 4. *Határozza meg liter mértékegységben a következő térfogatok nagyságát!*

83 000 mm^3; 24,8 m^3; 10,58 m^3; 0,15 hl; 199 cm ^{3}; 55 450 cm^3; 357,5 hl; 950 dl.

HF 5. *Egy homlokzat festésénél a felhasznált festékanyag mennyisége 142,85 liter volt. Számítsa ki, hogy hány m^2-es a homlokzat, ha 1 liter 5,3 m^2 lefestésére elegendő!*

1.3.2. SÍKMÉRTANI SZÁMÍTÁSOK

1.3.2.1. Háromszögek területe, kerülete

Általános háromszögnek neveztük azokat a háromszögeket, amelyeknek mindhárom oldala különböző hosszúságú. Ekkor a **háromszög kerülete** *(1.31. ábra)*:

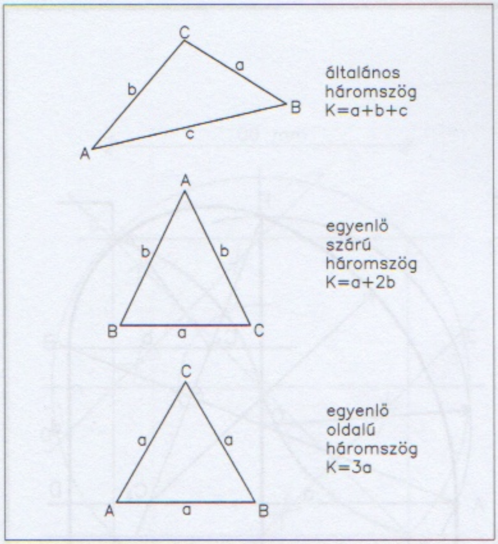
$$K = a + b + c.$$

Ha már két oldal egyenlő, akkor *egyenlő szárú háromszögről* beszélünk és a harmadik oldal a háromszög alapja. Ekkor a kerület:

$$K = a + 2b.$$

Ha minden oldal egyenlő hosszúságú, akkor *egyenlő oldalú* vagy *szabályos háromszögről* beszélünk, amelynek kerülete:

$$K = 3 \cdot a.$$

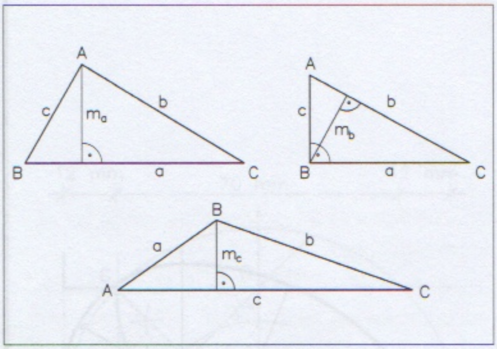


1.31. ábra. Háromszögek kerülete

A **háromszögek területének** kiszámítására több képlet is ismert. Leggyakrabban a következőt használjuk:

$$T = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2},$$

vagyis a háromszög területe az oldal és a hozzá tartozó magasság szorzatának fele *(1.32. ábra)*. A területképletből a terület és az oldal ismeretében ki számíthatjuk az oldalhoz tartozó magasságot is.


1.32. ábra. Különböző háromszögek magasságvonala

GYF 5. *Számítsa ki az* 1.33. ábrán *látható háromszögek kerületét és területét!*

Az *ABC* általános háromszög kerülete:

$$K = a + b + c = 8{,}1 + 7{,}3 + 4{,}7 = 20{,}1 \text{ cm}.$$

Területe:

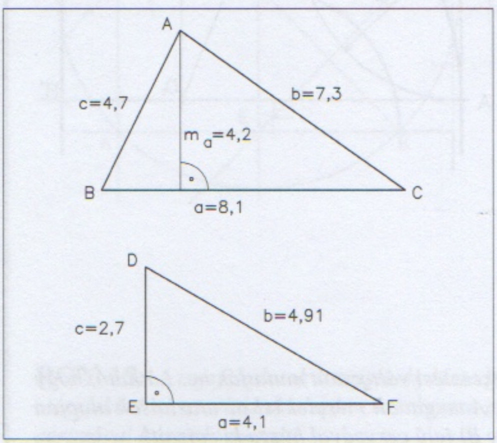
$$T = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{8{,}1 \cdot 4{,}2}{2} = 17{,}01\, cm^2$$

A *DEF* háromszög kerülete:

$$K = a + b + c = 4{,}1 + 4{,}91 + 2{,}7 = 4{,}91 \text{ cm}.$$

A derékszögű háromszög esetében a *c* és *a* oldal egyben magasság is, így a terület:

$$T = \frac{c \cdot m_c}{2} = \frac{2{,}7 \cdot 4{,}1}{2} = 5{,}34\, cm^2$$



1.33. ábra. Különböző háromszögek adatai

1.3.2.2. Pitagorasz-tétel

Derékszögű háromszögekben a Pitagorasz-tétellel két oldal hosszának ismeretében kiszámoljuk a harmadik oldal hosszát.

Bármely derékszögű háromszög átfogójának négyzete megegyezik a befogók négyzetének összegével.

Képlettel az *1.34. ábra* alapján írható fel a tétel:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Amennyiben két oldal hosszát ismerjük, akkor a tétel egyismeretlenes egyenletté alakul, amelyet megfelelően rendezve meg tudunk oldani. Általánosan a befogókból az átfogót az alábbi képlettel számolhatjuk ki:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Általánosan az átfogóból és az egyik befogóból a másik befogó így számolható ki:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

GYF 6. *Egy derékszögű háromszög rövidebb oldalai 3 cm és 4 cm. Mekkora az átfogója* (1.35. ábra)?

A háromszögekben a leghosszabb oldal mindig a legnagyobb szöggel szemben fekszik, és a derékszögű háromszög legnagyobb szöge 90°, így az átfogót keressük a befogók ismeretében: $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = ?$ Helyettesítsük be az adatokat a tételbe:

$$(3\ \text{cm})^2 + (4\ \text{cm})^2 = c^2,$$

$$25\ \text{cm}^2 = c^2$$

$$5\ \text{cm} = c.$$

A háromszög átfogója 5 cm.

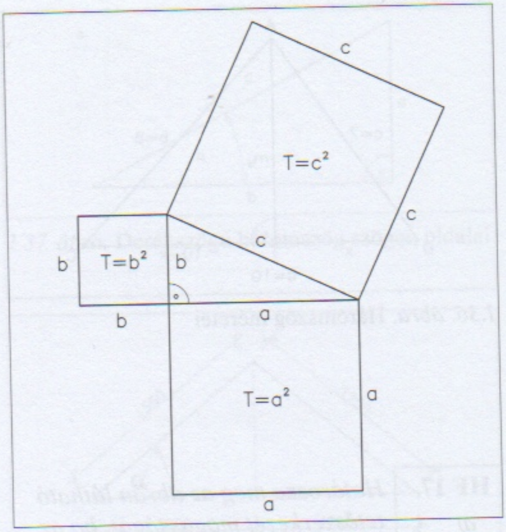
GYF 7. *Az ABC derékszögű háromszög átfogója 26 cm, befogója 10 cm. Mekkora a másik befogó?*

$$(26\ \text{cm})^2 = a^2 + (10\ \text{cm})^2$$

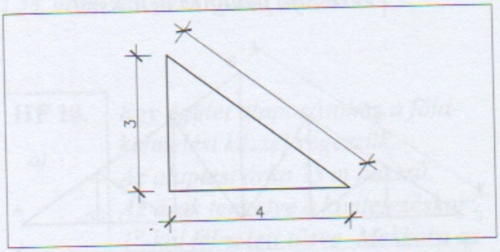
$$576\ \text{cm}^2 = a^2,$$

$$24\ \text{cm} = a.$$

Az ABC háromszög másik befogója 24 cm.



1.34. ábra. A Pitagorasz-tétel igazolása



1.35. ábra. Derékszögű háromszög oldalai

OLVASMÁNY

A Pitagorasz-tétel alkalmazásával megadhatjuk a négyzet átlójának hosszát is az oldalhossz ismeretében. A négyzetet az átló két egyenlő szárú derékszögű háromszögre bontja, ezért felírhatjuk a tételt. Egy a oldalú négyzet esetén az e átló hossza:

$$a^2 + a^2 = e^2,$$

$$a \cdot \sqrt{2} = e.$$

HF 16.

a) *Egy egyenlő szárú háromszög alapja 4 cm, szárai 6 cm-esek. Mekkora a háromszög kerülete?*

b) *Egy háromszög területe 32 cm². Az egyik oldala 8 cm. Mekkora az ehhez az oldalhoz tartozó magassága?*

1.3.2.5. A kör geometriai adatainak számítása

A kör kerülete a sugár segítségével:

$$K = 2\,r \cdot \pi,$$

ahol π egy valós szám, végtelen nem szakaszos tizedes tört, értéke: 3,14159. Mivel a $2r$ hosszúság éppen a kör átmérőjét jelenti (d-vel jelöljük), így a kerület másként:

$$K = d \cdot \pi\,.$$

A kör területét is a sugárral adjuk meg:

$$T = r^2 \cdot \pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

GYF 16. *Határozzuk meg annak a kör alakú lapnak a területét, melynek átmérője 0,85 m:*

$$T = \frac{(0{,}85\ \text{m})^2 \cdot \pi}{4} = 0{,}567\ \text{m}^2.$$

GYF 17. *Mekkora sugarú az a kör, amelynek területe 362,5 cm²?*

$$r = \sqrt{\frac{T}{\pi}} = \sqrt{\frac{362{,}5\ \text{cm}^2}{\pi}} = 10{,}742\ \text{cm}.$$

GYF 18. *Mekkora a kerülete annak a* 1.49. ábrán *látható körnek, amelynek a területe 0,98 m²?*

Először a területből fejezzük ki a sugár értékét:

$$r = \sqrt{\frac{T}{\pi}} = 0{,}5585\ \text{m}.$$

Ezt helyettesítjük be a kerület képletébe:

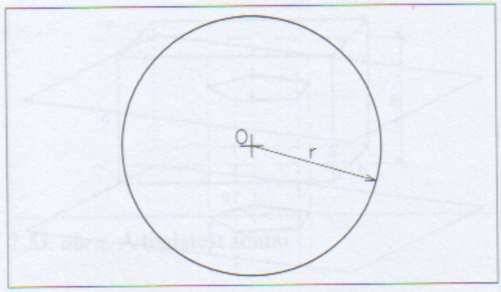
$$K = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 0{,}5585\ \text{m} \cdot \pi = 3{,}509\ \text{m}.$$

GYF 19. *Adott egy 168 cm kerületű kör. Mekkora a területe?*

Az ismert kerületből először a sugár nagyságát kell kiszámolni. Ezt a területképletbe helyettesítve megkapjuk a terület nagyságát.

$$r = \frac{K}{2\pi} = \frac{168\ \text{cm}}{2\pi} = 26{,}74\ \text{cm},$$

$$T = r^2\pi = (26{,}74\ \text{cm})^2 \cdot \pi = 2246\ \text{cm}^2.$$



1.49. ábra. Kör sugarának meghatározása a terület ismeretében

OLVASMÁNY

Azt a szöget, amelynek csúcsa a kör középpontja, szárai pedig a kör sugarai, középponti szögnek nevezzük. Ezen szög segítségével tudjuk kiszámítani a kör részeinek kerületét, illetve területét.

A körívet a kör kerületén lévő két pont határozza meg. A körív hossza (i) *mindig úgy aránylik a kör kerületéhez* (K), *mint a középponti szög* (α) *a 360°-hoz, vagyis:*

$$\frac{i}{K} = \frac{\alpha}{360^\circ}. \quad i = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot K = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi\,.$$

A körcikknek is fontos jellemzője a középponti szöge, mert a körcikk területe (T_{cikk}) *úgy aránylik a kör területéhez* (T), *mint a középponti szög* (α) *a 360°-hoz:*

$$\frac{T_{cikk}}{T} = \frac{\alpha}{360^\circ},$$

$$T_{cikk} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot T = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2\pi\,.$$

HF 23.

a) *Mekkora átmérőjű az az oszlop, amelynek területe 962 cm². Mekkora ennek az oszlopnak a kerülete?*

b) *Egy félkör alakú helyiség egyenes oldalának hossza 4,8 m. Hány m² burkolatra lesz szükség?*

c) *Egy cső külső átmérője 2 cm, belső átmérője 1,6 cm. Mekkora a cső keresztmetszeti területe?*

2.3. TERÜLETMÉRÉSEK

Az építési helyszínen a távolságok mérése mellett legtöbbször kerületeket és területeket kell felmérni. Ezek a mennyiségek az anyagbeszerzésekhez, az elvégzett munka ellenértékének meghatározásához stb. szükségesek. A különféle épületszerkezeteknél legtöbbször összetett idomok kerületét és területét kell meghatározni. Ilyenkor a **kerület** mindig az alakzatot határoló szakaszok, ívek hosszának összege. Egy négy szakasszal határolt alakzat esetén:

$$K_{\text{összes}} = K_1 + K_2 + K_3 + K_4.$$

Az összetett alakzatok **területének** meghatározásánál hasonlóan kell eljárni, azzal a kiegészítéssel, hogy a részterületek nagyságát ki kell számítani az összegzés előtt:

$$T_{\text{összes}} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4.$$

Az összetett felületek kiszámításánál az adott alakzatot tehát fel kell bontani olyan síkidomokra, amelyek lefedik az eredeti alakzatot anélkül, hogy egymást takarnák, és a kapott síkidomok területének összege adja az eredeti alakzat területét.

GYF 6. *Számítsuk ki a* 2.17. ábra *alakzatának kerületét!*

$$K = 3{,}20 + 2{,}00 + 4{,}00 + \frac{2{,}24 \cdot 2 \cdot \pi}{4} +$$
$$+ 2{,}08 + \sqrt{3{,}84^2 + 4^2} + 3{,}84 + 2{,}80 +$$
$$+ 1{,}60 + 3{,}36 = 31{,}94 \text{ m}.$$

GYF 7. *Adott a* 2.18. ábrán *látható alakzat, számítsuk ki a területét!*

Először is bontsuk fel az alakzatot két téglalapra és az *FED* derékszögű háromszögre. Ezek területei:

$$t_{APFG} = 3 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 24 \text{ m}^2.$$

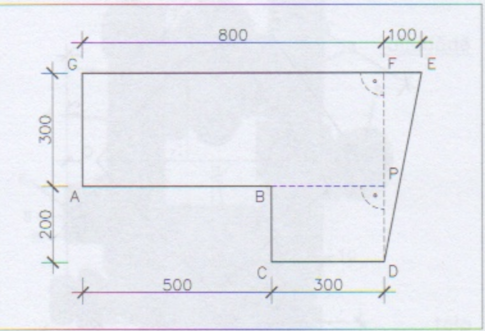
$$t_{BCDP} = 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 6 \text{ m}^2.$$

$$t_{EFD} = \frac{1 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{2} = 2{,}5 \text{ m}^2$$

Végül az alakzat területe:

$$T = 24 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 + 2{,}5 \text{ m}^2 = 32{,}5 \text{ m}^2.$$

2.17. ábra. Összetett alakzat méretei centiméterben



2.18. ábra. Összetett alakzat részekre bontása

HF 3. *Az ábrán két síkidomot lát. Határozza meg a területüket és a kerületüket!*