

# Villamos áramkörök

## A villamos áramkörök és az Ohm-törvény

### Zárt áramkörök

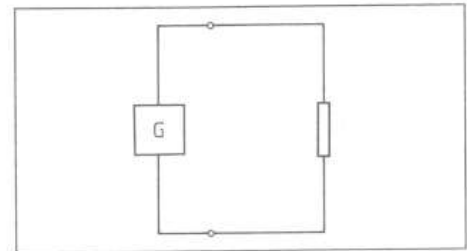
Amikor a „fogyasztót” feszültségforrásra kapcsoljuk (1. ábra), áramkör jön létre.

Az áram a „fogyasztón” át a feszültségforrás pozitív pólusától a negatív pólusa felé folyik. Ez az ún. *pozitív konvencionális áramirány*. A feszültségforrásban az áram ugyanolyan irányú, tehát a negatív pólustól a pozitív kapocs felé folyik. A töltéshordozók az áramkörben körbe-körbe haladnak. Az áramerősség minden helyen ugyanakkora. Az áramirányt egy vagy több nyíllal jelöljük, amelyhez a  $I$  jelölést írjuk. A nyilat a vezeték közelébe rajzoljuk (2. ábra).

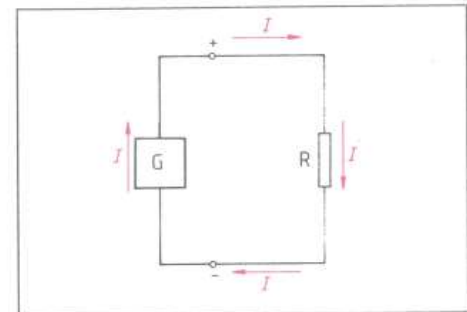
A feszültséget hasonlóan nyíllal jelöljük. Ez a nyíl a pozitív saroktól a negatív felé irányul. Megmutatja, hogy a **fogyasztón** a feszültség melyik irányban hajt át áramot. A „fogyasztó” elnevezés helyett inkább a **terhelő-ellenállás** kifejezést használják.

A 3. ábra az áramkör áram- és feszültségnyilakkal látható,  $R$  a terhelő-ellenállás.

Feszültségméréskor egy **mérőpontot** és egy **vonatkoztatási pontot** választunk. A vonatkoztatási pont többnyire a negatív pólus vagy a földpont, ill. a **testpont**. A feszültségnyíl így a mérőponttól a vonatkoztatási pont elé mutat.



1. Áramkör



2. Áram az áramkörben

### Ohm-törvény<sup>2</sup>

Az áram nagysága a feszültségtől függ. Egyszerű kísérlettel bebizonyíthatjuk, hogy az áramerősség annál nagyobb, minél nagyobb a feszültség. Eközben az  $R$  ellenállás állandó nagyságú marad.

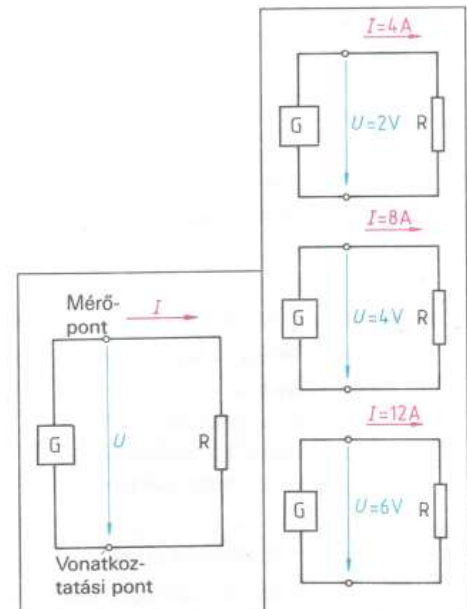
Nagyobb feszültség a negatív póluson nagyobb elektrontöbbletet, a pozitív póluson nagyobb elektrontöbbletet, a pozitív póluson nagyobb elektroniánnyt jelent. Az elektronok kiegyenlítődési törekvése tehát nagyobb. Könnyen belátható, hogy az áram is megnő.

Az áramkörben  $U = 2\text{ V}$  feszültségnél  $I = 4\text{ A}$  áram folyik (4. ábra). Ha a feszültséget  $4\text{ V}$ -ra emeljük, az áram  $8\text{ A}$ -re nő. Az áram is a kétszerese lett.

Háromszoros feszültség háromszoros áramot hoz létre.

Az  $I$  áramerősség tehát az  $U$  feszültséggel arányos:

$$I \sim U$$



3. Áramkör feszültség- és árammegadásával

4. Áramkörök különböző feszültségekkel és azonos ellenállásokkal

Az összefüggés így írható fel:

$$I = G \cdot U$$

$G$  állandó, az ún. *arányossági tényező*.

Ha a  $G$  arányossági tényezőt megvizsgáljuk közelebbről, megállapíthatjuk, hogy az nem más, mint a már ismert vezetőképesség.

A  $G$  vezetőképesség az  $R$  ellenállás reciproka:

$$G = \frac{1}{R}$$

Figyelembe véve ezt az összefüggést, az  $I = GU$  egyenletet így is írhatjuk:

$$I = \frac{1}{R} \cdot U$$

$$I = \frac{U}{R}$$

Ezt az egyenletet nevezzük **Ohm-törvénynek**. Általánosságban az Ohm-törvény a következőképpen szól:

**Zárt áramkörben az  $I$  áramerősség az  $U$  feszültséggel arányos, ha az áramkörben az ellenállás, ill. a vezetőképesség értéke nem változik.**

Ohm törvénye a vezetőkben való töltéshordozó-áramlás alaptörvénye.

Kapcsolatot teremt az áramkörben a feszültség, az áram és az ellenállás, (ill. a vezetőképesség) között.

Ha az áram, a feszültség és az ellenállás három értékéből kettő ismert, a harmadik kiszámítható.

Az Ohm-törvényt a következő három alakban használjuk:

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = I \cdot R, \quad R = \frac{U}{I}$$

Az ellenállás mértékegységét az Ohm-törvény V/A értékéből kapjuk.

1 V osztva 1 A-rel 1  $\Omega$ -ot ad.

$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$$

Az  $R$  ellenállás helyett a  $G$  vezetőképesség is bevezethető:

$$I = G \cdot U, \quad U = \frac{I}{G}, \quad G = \frac{I}{U}$$

$$[G] = \frac{A}{V} = S = \frac{1}{\Omega}$$

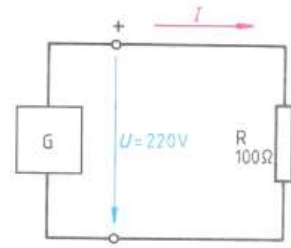
**Példák:**

1. Egy 100  $\Omega$ -os terhelő-ellenállást 220 V-os  $U$  feszültségre kapcsolunk. Mekkora az áramkörben folyó áram?

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{100 \Omega}$$

$$I = \underline{2,2 \text{ A}}$$



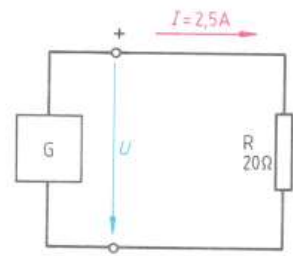
Az áramkörben 2,2 A áram folyik.

2.  $R = 20 \Omega$  ellenállású áramkörben 2,5 A áramerősséget mérünk. Mekkora az  $U$  feszültség?

$$U = I \cdot R$$

$$U = 2,5 \text{ A} \cdot 20 \Omega$$

$$U = \underline{50 \text{ V}}$$



A feszültség nagysága 50 V.

3.  $R$  ellenállás 1 kV feszültségre van kapcsolva, és 100 mA áram folyik rajta. Mekkora az ellenállás?

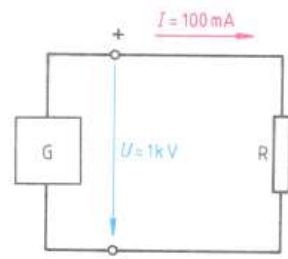
$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{1 \text{ kV}}{100 \text{ mA}}$$

$$R = \frac{1 \cdot 10^3 \text{ V}}{0,1 \text{ A}}$$

$$R = 10 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R = \underline{10 \text{ k}\Omega}$$



4. Az áramkör vezetőképessége 50 mS. A feszültség 20 V. Mekkora az  $I$  áramerősség?

$$I = G \cdot U$$

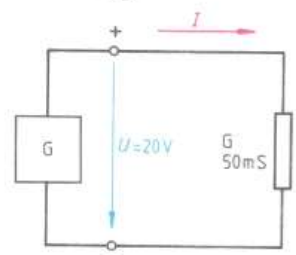
$$I = 50 \text{ mS} \cdot 20 \text{ V}$$

$$I = 50 \cdot 10^{-3} \text{ S} \cdot 20 \text{ V}$$

$$I = 50 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{V}} \cdot 20 \text{ V}$$

$$I = 1000 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I = \underline{1 \text{ A}}$$

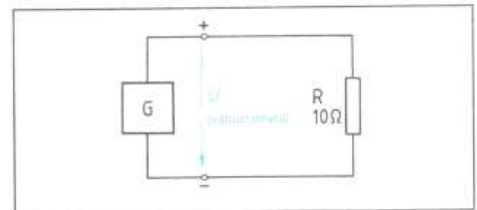


Grafikus ábrázolás

Az áram, a feszültség és az ellenállás kapcsolata grafikusán is ábrázolható.

Az  $U$  feszültség 0 ... 60 V között legyen változtatható (1. ábra).  $R = 10 \Omega$  ellenálláshoz a következő áramértékek tartoznak:

$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$
0	0
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5
60	6



1. Kapcsolási elrendezés az ellenállás-jelleggörbe felvételéhez

Az  $I$  áramerősség meghatározott módon függ az  $U$  feszültségtől. Azt mondjuk, hogy az  $I$  áram az  $U$  feszültség függvénye, a következő képlet szerint:

$$I = f(U)$$

A függvényt egyenes ábrázolja. Az ilyen függvényt lineáris függvénynek nevezzük (2. ábra).

Most vizsgáljuk meg, hogyan alakul a jelleggörbe különböző ellenállásértékek esetén.

Válasszuk a következő ellenállásokat:

$$R_1 = 5 \Omega, \quad R_2 = 10 \Omega, \quad R_3 = 20 \Omega$$

$$R_1 = 5 \Omega$$

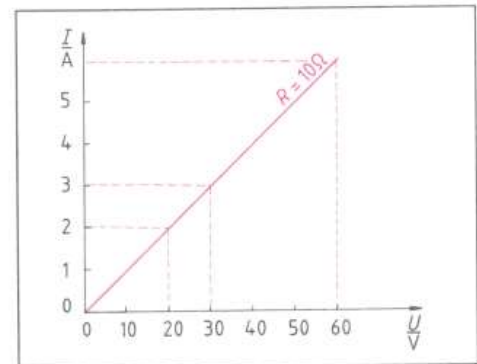
$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 20 \Omega$$

$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$
0	0
10	2
20	4
30	6
40	8
50	10
60	12

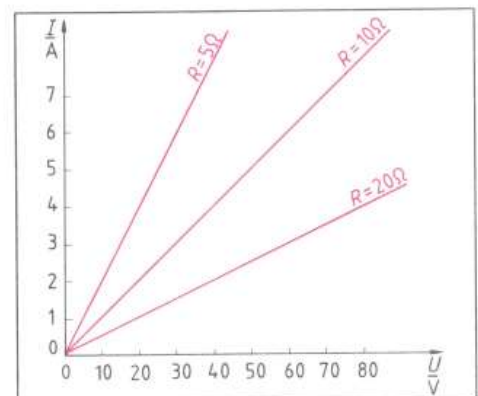
$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$
0	0
10	1
20	2
30	3
40	4
50	5
60	6

$\frac{U}{V}$	$\frac{I}{A}$
0	0
10	0,5
20	1,0
30	1,5
40	2,0
50	2,5
60	3,0



2. 10 Ohm-os ellenállás ellenállás-jelleggörbéje

Minél nagyobb az  $R$  ellenállás, annál laposabb az egyenes. Az egyenes emelkedése — amit **meredekségnek** is nevezünk — az ellenállásérték mérőszáma (3. ábra).



3. Eltérő értékű ellenállások egyenesei

Ellenállások soros kapcsolása

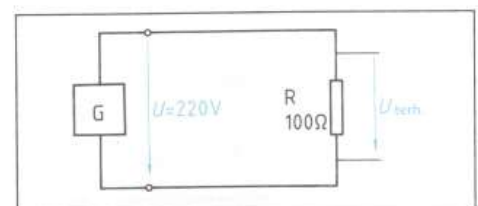
A generátor feszültsége az  $R$  terhelő-ellenállásra jut (4. ábra):

$$U = U_{\text{terh.}}$$

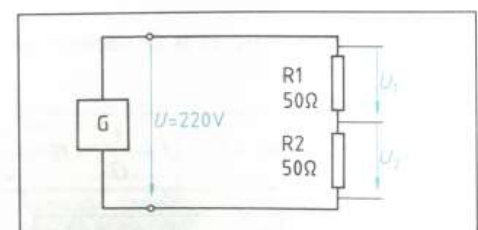
A pl. 100 Ohm-os  $R$  terhelő-ellenállás legyen huzalból tekercselve. Képzeliük el, hogy az ellenálláshuzalt elosztjuk úgy, hogy két 50 Ohm-os ellenállást kapjunk. Mekkora lesz így az  $U_1$  és  $U_2$  feszültség (5. ábra)?

Az  $I$  áram mindkét esetben azonos, mert a feszültség és az összellenállás nem változott:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220V}{100\Omega} = 2,2A$$



4. Áramkör  $R$  terhelő-ellenállással



5. Az  $R$  terhelő-ellenállás felosztása  $R_1$  és  $R_2$  részellenállásokra

Az  $I$  áram ismeretében kiszámíthatjuk az  $U_1$  és  $U_2$  részfeszültségeket. Az áram és a feszültség közötti összefüggés, Ohm törvénye a részellenállásokra is érvényes:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 2,2 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 110 \text{ V}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 2,2 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 110 \text{ V}$$

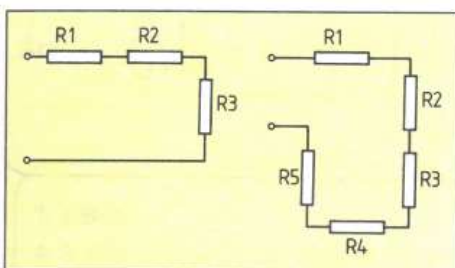
A generátor kapocsfeszültsége a két ellenálláson oszlik meg:

$$U = U_1 + U_2$$

Amikor az ellenállások láncán a töltéshordozók azonos árama folyik át, **sorba kapcsolásról** beszélünk.

(Az ilyen kapcsolást soros kapcsolásnak vagy egymás utáni kapcsolásnak nevezik.)

Az 1. ábrán egyszer három, egyszer öt ellenállás soros kapcsolását látjuk.



1. Ellenállások soros kapcsolása

### Ellenállások soros kapcsolásának jellemzői

**Az ellenállások soros kapcsolásáról akkor beszélünk, ha ugyanaz az áram folyik át rajtuk.**

Tekintsük a 2. ábrát:

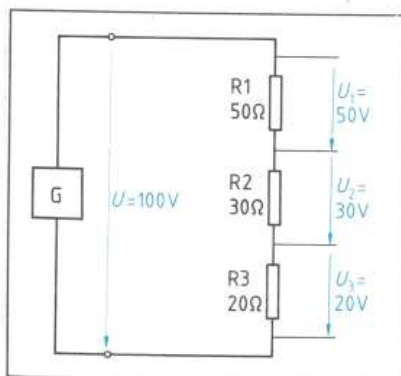
Az Ohm-törvény alapján a következő feszültségeket kapjuk:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 1 \text{ A} \cdot 50 \Omega = 50 \text{ V}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 1 \text{ A} \cdot 30 \Omega = 30 \text{ V}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 1 \text{ A} \cdot 20 \Omega = 20 \text{ V}$$

A három részfeszültség összege egyenlő a generátor 100 V kapocsfeszültségével. Ez a megállapítás általános érvényű.



2. Részfeszültségek soros kapcsolásban

### A második Kirchhoff-törvény

A három terhelő-ellenállás,  $R_1$ ,  $R_2$  és  $R_3$  fogyasztónak is nevezhető, a rájuk eső feszültség a **fogyasztói feszültség**.

A generátor feszültsége a **forrásfeszültség**. Ha általánosítani akarjuk a 2. ábrán szemléltetett összefüggést, a következőt állíthatjuk:

**Zárt áramkörben a fogyasztói feszültségek összege a forrásfeszültségek összegével egyenlő.**

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$U$  a forrásfeszültség;  
 $U_1, U_2, U_3, U_4$  a fogyasztói feszültségek.

Ez a **második Kirchhoff-törvény** egyszerű alakja.

Kijelenthetjük továbbá:

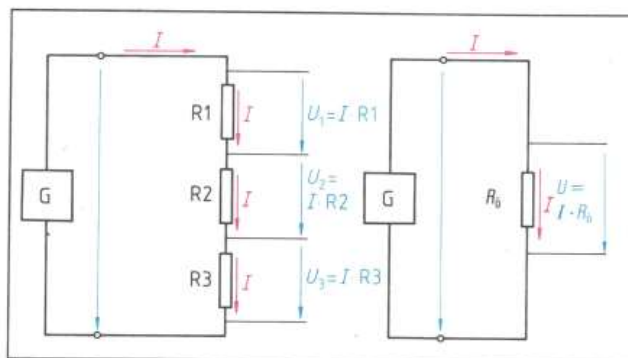
**Ellenállások sorba kapcsolásakor a részfeszültségek úgy viszonyulnak egymáshoz, mint az ellenállás-értékek.**

Két ellenállás esetében:

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Vizsgáljuk meg, mekkora a sorosan kapcsolt ellenállások eredő ellenállás-értéke. Tegyük fel, hogy az ellenállások ellenálláshuzalból vannak tekercselve, és az egyes ellenállásokon azonos áramnak kell folynia. Azonnal beláthatjuk, hogy az  $R_0$  eredő ellenállásnak a részellenállások összegével egyenlőnek kell lennie (3. ábra).



3. Az eredő ellenállás a részellenállások összege

Ez levezethető a második Kirchhoff-törvényből is:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 \\ U &= I \cdot R_0 & U_1 &= I \cdot R_1 \\ U_1 &= I \cdot R_1 & I R_0 &= I R_1 + I R_2 + I R_3 \\ U_2 &= I \cdot R_2 & I R_0 &= I(R_1 + R_2 + R_3) \\ U_3 &= I \cdot R_3 & R_0 &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

Tetszőleges számú sorba kapcsolt ellenállás esetében

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \dots + R_n$$

$R_0$  az eredő ellenállás;  
 $R_1 \dots R_n$  a részellenállások.

Ellenállások sorba kapcsolásakor az eredő ellenállás a részellenállások összegével egyenlő.

**Példa:**

Három ellenállás  $R_1$ ,  $R_2$  és  $R_3$  soros kapcsolásakor a rájuk jutó feszültség 100 V, és 10 mA áram folyik át rajtuk.

$R_1$  értéke 4 k $\Omega$ ,  $R_3$  értéke 5 k $\Omega$ .

Mekkora  $R_2$  ellenállása?

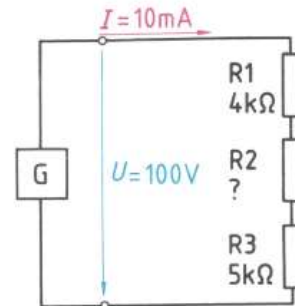
$$R_0 = \frac{U}{I} = \frac{100 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_2 = R_0 - R_1 - R_3$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega - 4 \text{ k}\Omega - 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \underline{1 \text{ k}\Omega}$$

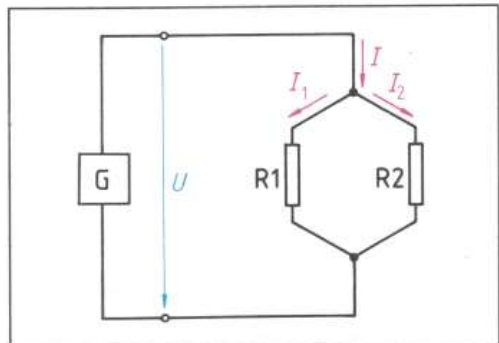


### 2.3. Ellenállások párhuzamos kapcsolása

Az eddig vizsgált áramkörökben az áramnak csak egyetlen útja volt. Az áram nem ágazhatott el.

Az 1. ábrán olyan kapcsolás látható, ahol az áramút elágazik. Az  $I$  áram  $I_1$  és  $I_2$  részáramokra oszlik.

A két ellenállás,  $R_1$  és  $R_2$  egymással párhuzamosan csatlakozik a generátorfeszültségre. Az ilyen kapcsolást **párhuzamos kapcsolásnak** nevezzük.



1. Kapcsolás áramelágazással

#### A párhuzamos kapcsolás jellemzői

Az ellenállások akkor vannak párhuzamosan kapcsolva, ha ugyanakkora feszültségre kapcsolódnak.

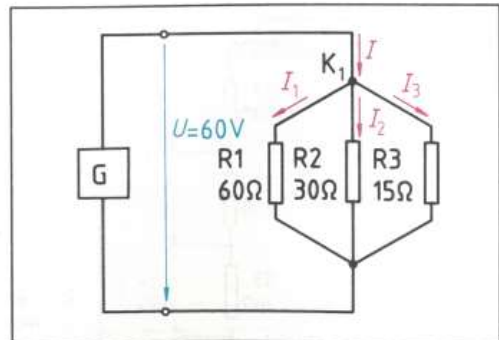
A 2. ábrán három ellenállás párhuzamos kapcsolása látható. Az  $I$  áram háromfelé: az  $I_1$ ,  $I_2$  és  $I_3$  részáramra oszlik.

A részáramok nagysága az Ohm-törvény alapján kiszámítható, mert ismerjük az ellenállásértékeket és a rajtuk lévő feszültséget:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{60 \text{ V}}{60 \Omega} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{60 \text{ V}}{30 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{60 \text{ V}}{15 \Omega} = 4 \text{ A}$$



2. Három ellenállás párhuzamos kapcsolása